

Ütközések

2020/2021

Dinamika

Ütközés egyenlete

- Az olyan jelenséget, melynek során a testek sebessége nagyon kis τ idő alatt valós értékkel változik, ütközésnek nevezzük.
- Azokat az erőket, amelyek az ütközést előidézik, ütközőerőknek nevezzük, jelölésük F_{udr} .

$$m \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_0) = \Delta \vec{K} = \sum \vec{F}_i^* \cdot \tau.$$

$$m \cdot (\vec{v}' - \vec{v}) = m \cdot \Delta \vec{v} = \Delta \vec{K} = \sum \vec{I}_i.$$

AZ ÜTKÖZÉSEKRE VONATKOZÓ ÁLTALÁNOS TÉTELEK

- 1. Impulzustétel (mozgásmennyiség változásának tétele).

$$m_i \cdot (\vec{v}_i' - \vec{v}_i) = m_i \cdot \Delta \vec{v}_i = \Delta \vec{K}_i = \vec{I}_i^s + \vec{I}_i^u.$$

- Az ütközés során a rendszer mozgásmennyiségének változása egyenlő a rendszerre ható külső erők impulzusainak összegével.

$$K_{1x} - K_{0x} = \Delta K_x = \sum I_{ix}^s.$$

- 2. Az ütközésre vonatkozó perdülettétel.

Az ütközés során, a rendszer bármely pontjára meghatározott perdület (a mozgásmennyiség nyomatékának változása), egyenlő a rendszerre ható külső ütközőerők impulzusai ugyanarra a pontra vonatkoztatott nyomatékának összegével.

$$m_i \cdot \vec{v}_i' = m_i \cdot \vec{v}_i + \vec{I}_i^s + \vec{I}_i^u .$$

$$\vec{M}_O^{m_i \cdot \vec{v}_i'} = \vec{M}_O^{m_i \cdot \vec{v}_i} + M_O^{\vec{I}_i^s} + M_O^{\vec{I}_i^u} .$$

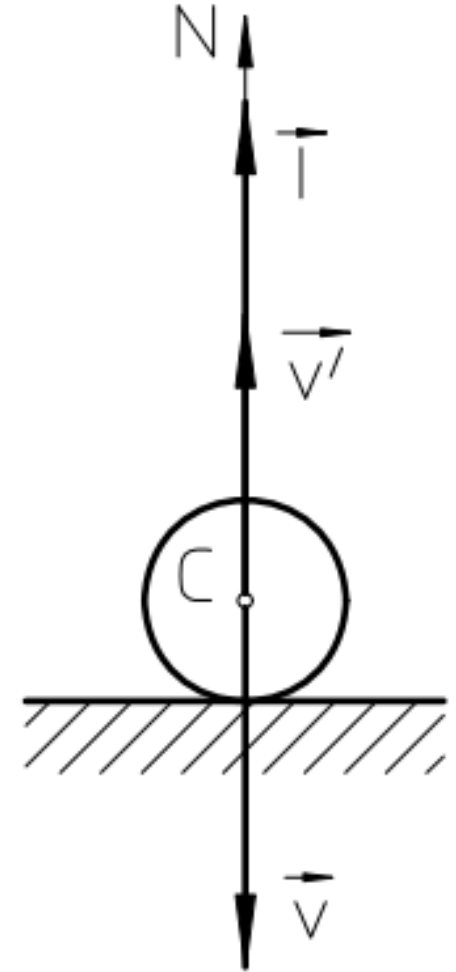
$$\boxed{\vec{L}_1 - \vec{L}_0 = \Delta \vec{L} = \sum M_O^{\vec{I}_i^s} .}$$

$$\boxed{L_{1x} - L_{0x} = \Delta L_x = \sum M_x^{\vec{I}_i^s} .}$$

AZ ÜTKÖZÉSI TÉNYEZŐ

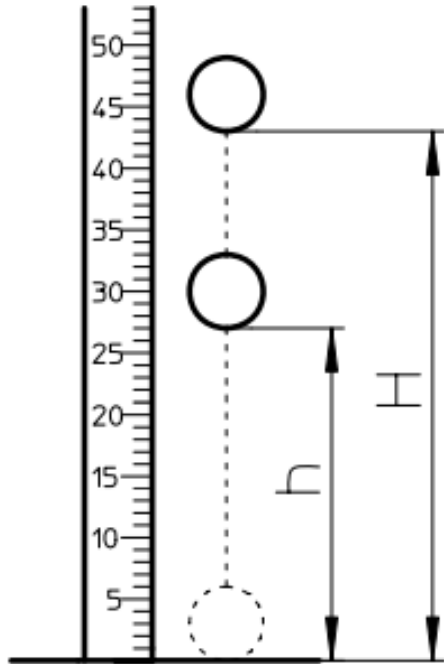
- Ha egy test merőleges ütközéssel merev akadályba ütközik, az ütközés utáni és az ütközés előtti sebességének hányadosa, a k ütközési tényezőt határozza meg:

$$k = \frac{v'}{v}$$



Kísérlet

Határértékei:



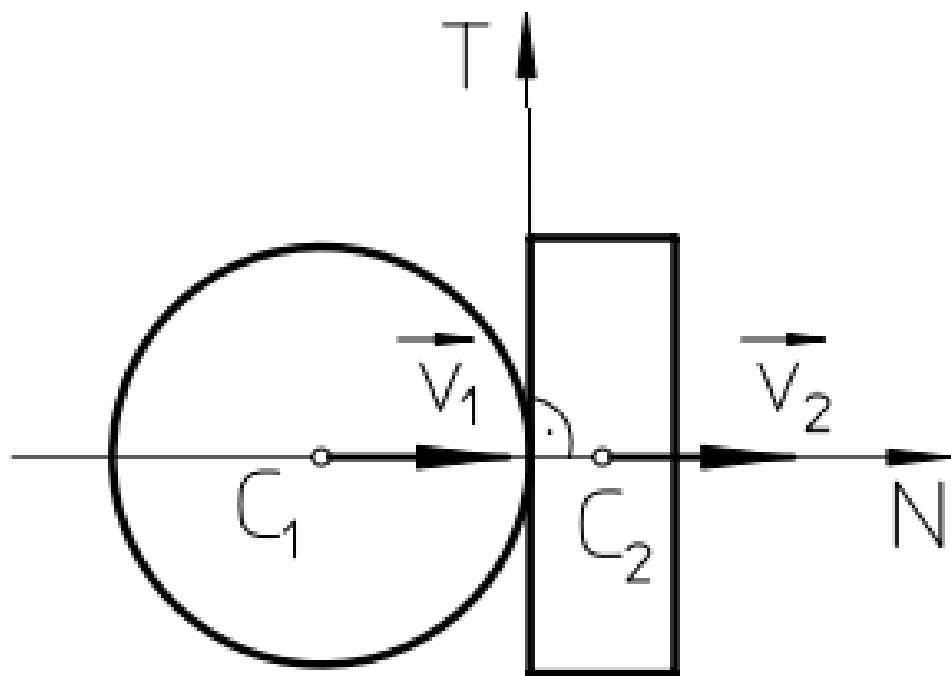
ütközési
tényező

$$k = \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{h}{H}}$$

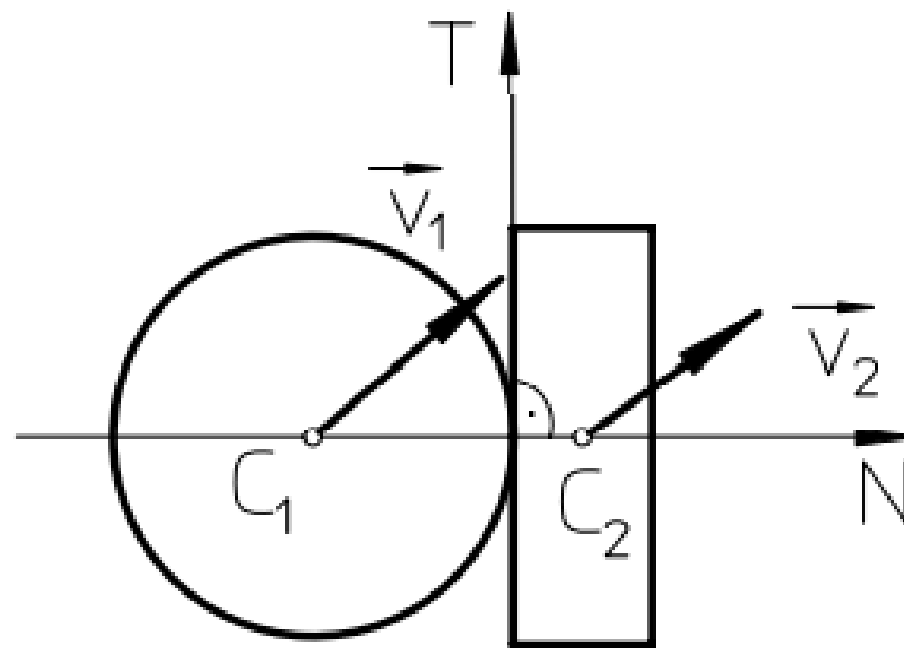
Néhány ütközési tényező:

Az ütköző testek anyagai	k
fa - fa	1/2 (0,5)
acél - acél	5/9 (0,55)
elefántcsont - elefántcsont	8/9 (0,88)
üveg - üveg	15/16 (0,93)

TEST ÜTKÖZÉSE ÁLLÓ AKADÁLYBA

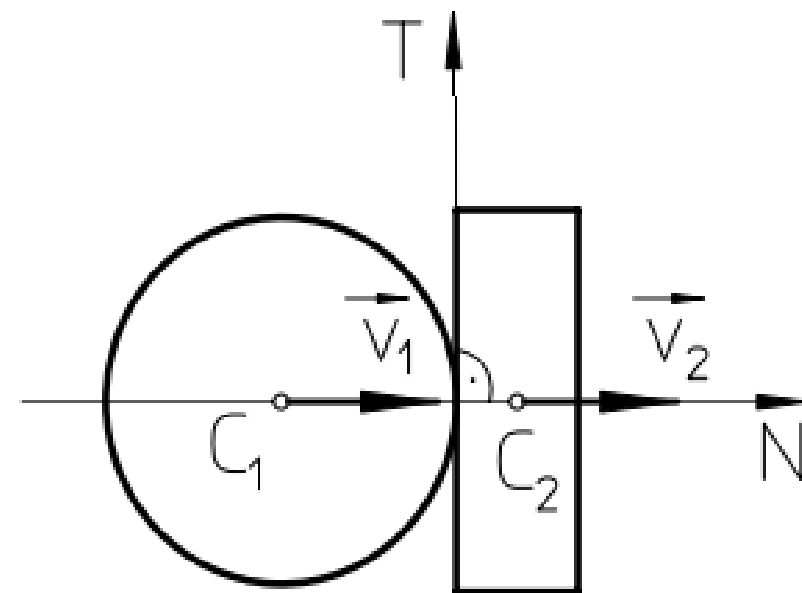


2.68.ábra. Egyenes centrális
ütközés



2.69.ábra. Ferde centrális
ütközés

Egyenes centrális ütközés



és centrális

$$M \cdot (v'_N - v_N) = \Delta K_N = I_N.$$

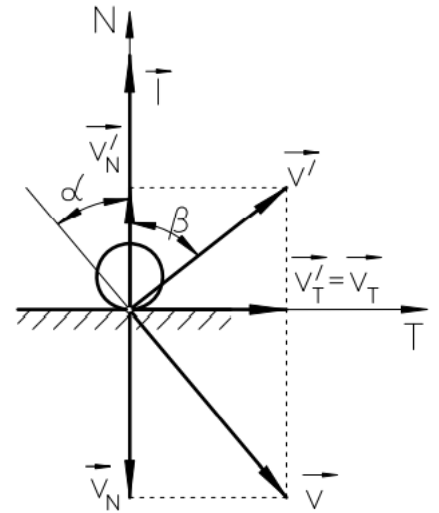
Az egyenes ütközésnél fennáll, hogy: $v'_N = v'$, $v_N = -v$, $I_N = I$, így az egyenlet végleges alakja:

$$M \cdot (v' + v) = \Delta K = I.$$

$$I = M \cdot (I + k) \cdot v.$$

Ferde ütközés

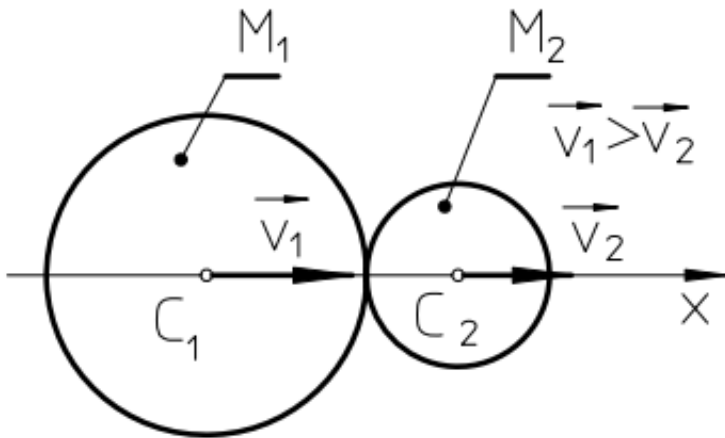
$$M \cdot (v'_T - v_T) = 0, \quad M \cdot (v'_N - v_N) = I.$$



$$v'_T = v_T, \quad v'_N = -k \cdot v_N, \quad I = M \cdot |v_N| \cdot (1 - k).$$

$$k = \frac{|\vec{v}'_N|}{|\vec{v}_N|} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}.$$

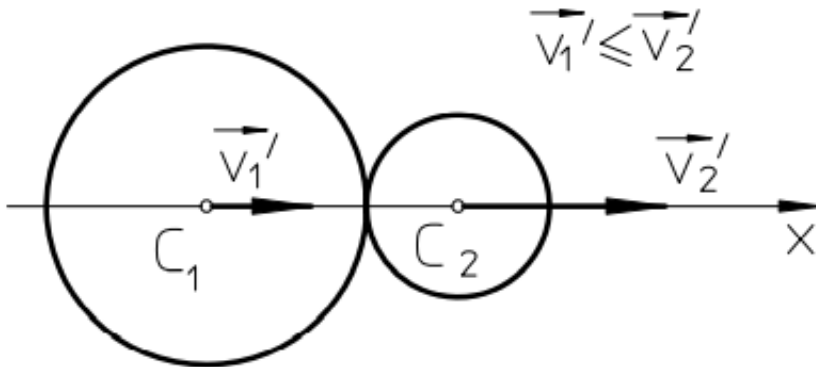
KÉT TEST EGYENES CENTRÁLIS ÜTKÖZÉSE (GOLYÓK ÜTKÖZÉSE)



$$M_1 \cdot v'_{1x} + M_2 \cdot v'_{2x} = M_1 \cdot v_{1x} + M_2 \cdot v_{2x}.$$

$$k = \frac{|v'_{1x} - v'_{2x}|}{|v_{1x} - v_{2x}|} = -\frac{v'_{1x} - v'_{2x}}{v_{1x} - v_{2x}}, \quad (2.69)$$

illetve



$$v'_{1x} - v'_{2x} = -k \cdot (v_{1x} - v_{2x}). \quad (2.70)$$

A (2.68) és (2.69) egyenletekből meghatározhatjuk az ütközésben résztvevő testek ütközőerőinek impulzusát. Felírva a (2. 63) egyenletet az első testre:

$$I_{1x} = M_1 \cdot (v'_{1x} - v_{1x}), \quad I_{2x} = -I_{1x}. \quad (2.71)$$

2.72.ábra. Golyók ütközése

Két határesetet véve alapul, következik:

1. Tökéletesen rugalmatlan ütközés ($k = 0$):

150

$$v'_{1x} = v'_{2x} = \frac{M_1 \cdot v_{1x} + M_2 \cdot v_{2x}}{M_1 + M_2}. \quad (2.72)$$

Az ütközés után mindkét test ugyanakkora sebességgel mozog. Az ütközőerők impulzusa, amely a testekre hat:

$$I_{2x} = -I_{1x} = \frac{M_1 \cdot M_2}{M_1 + M_2} \cdot (v_{1x} - v_{2x}). \quad (2.73)$$

2. Tökéletesen rugalmas ütközés ($k = 1$):

$$v'_{1x} = v_{1x} - \frac{2 \cdot M_2}{M_1 + M_2} \cdot (v_{1x} - v_{2x}),$$

(2.73)

$$v'_{2x} = v_{2x} + \frac{2 \cdot M_1}{M_1 + M_2} \cdot (v_{1x} - v_{2x}).$$

Az ütközőerők impulzusa erre az esetre:

$$I_{2x} = -I_{1x} = \frac{2 \cdot M_1 \cdot M_2}{M_1 + M_2} \cdot (v_{1x} - v_{2x}).$$

Köszönöm a figyelmüket!